

彼らですらやってしまう 「こんな誤り」

北海道札幌西高等学校

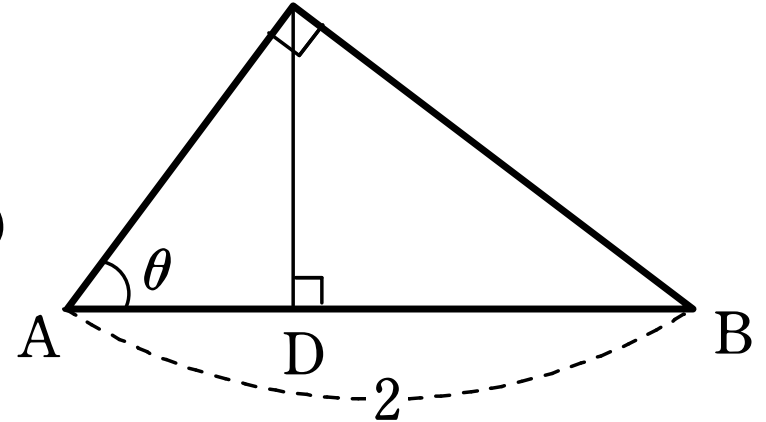
福島 洋一

- ・ 今年久しぶりに3年生を担当しています。
- ・ 文系生徒の「数学課題探究」という科目です。
- ・ 1,2年次に学んだ内容を活用する過程を重視する学校設定科目です。
- ・ 本格的な活用演習の前に、基本事項の確認ということで**10分野**でテストを行いました。
- ・ ここが分かっていないんだ、こんな間違いをするんだと言うことが多々ありました。
- ・ とりあえず問題とコメントだけ紹介します。
- ・ 詳しくは当日の発表でお話しします。

**そもそも解けない
編**

CASE1-1

$\angle C = 90^\circ$ である直角三角形 ABC において、 $\angle A = \theta$ 、 $AB = 2$ とする。
頂点 C から辺 AB に下ろした垂線 CD の長さを θ を用いて表せ。



- 答えの表現の仕方が分からず迷走する

CASE1-2

$\sin 95^\circ \cos 175^\circ - \sin 5^\circ \cos 85^\circ$ を簡単にせよ。

- 方針がはっきりせず迷走する

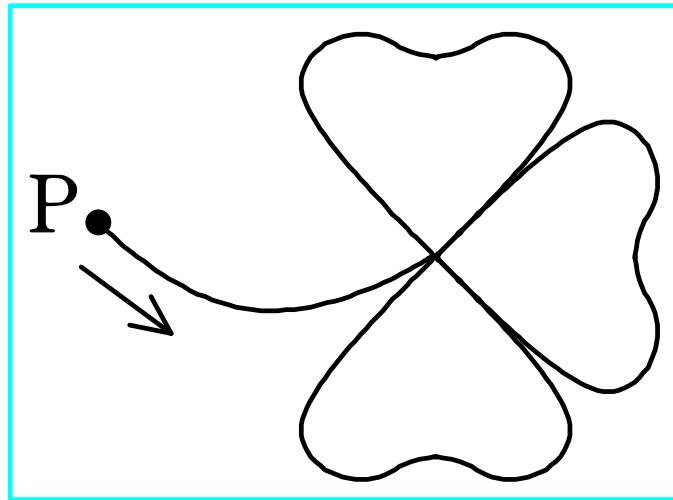
CASE1-3

1ラジアンの定義をかけ。

- ・ **定義はまったく分かっていない**

CASE1-4

下の図を，点 **P** を出発点として一筆書きする方法は何通りあるか。



- 順列、組合せでないものはすべて難問？

分かっているつもり 編

CASE2-1

2次関数 $y = -2x^2 + 8x - 4$ について
定義域が $0 < x < 3$ のときの値域を求めよ。

- 中学の端点代入の癖を未だ引きずっている

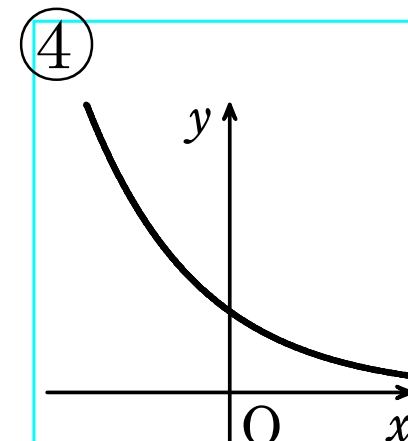
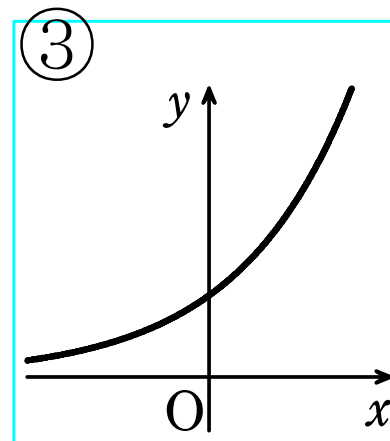
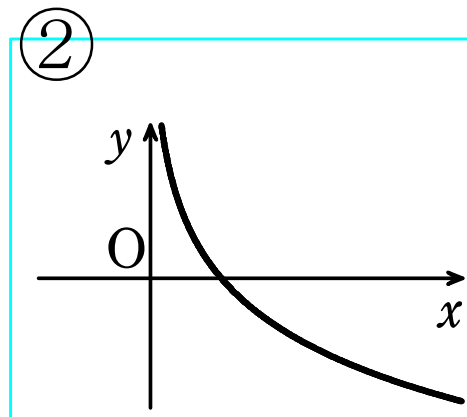
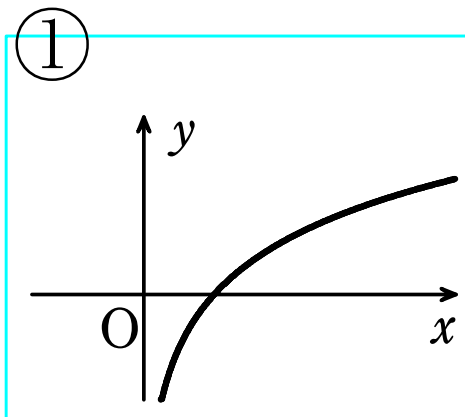
CASE2-2

不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+2} < \left(\frac{1}{16}\right)^{x-1}$ を解け。

- どこで、なぜ大小関係が変わるか分かっていない

CASE2-2補

次のグラフから、 $y = \log_{0.5} x$ のグラフを選べ。



• なぜか④を選んでしまう

CASE2-3

$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。 3^{30} は何桁の整数か。

- ・桁をひとつ間違える

CASE2-3補

x が n 桁の正の整数のとき常に成り立つ不等式をひとつ選べ

① $10^{n-1} < x \leq 10^n$

② $10^{n-1} \leq x < 10^n$

③ $10^n < x \leq 10^{n+1}$

④ $10^n \leq x < 10^{n+1}$

・ 前問は解けるが、こっちができない

CASE2-4

直線 $\ell : x + y - k = 0$ と円 $C : (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 6$ について、
次の問に答えよ。

(ア) $k = 1$ のとき直線 ℓ と円 C の交点 A , B について線分 AB の長さ

・計算ごり押し至上主義

CASE2-5

関数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3(a+2)x + 1$ が極値をもつような、定数 a の値の範囲を求めよ。

- 判別式は分かるけど、なぜか＝が入る

CASE2-6

2 次方程式 $3x^2 - 6x + 5 = 0$ を解け。

- 便利な公式なのに使わない

CASE2-7

$a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$ とするとき,
 $\log_2 0.3$ の値を a , b で表せ。

- ・ 計算順番、括弧をつけることができない初歩的ミス

CASE2-8

4 次方程式 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ を解け。

- 2 乗して -1 なので i

CASE2-9

等差数列 90, 84, 78, …… , 0 の和を求めよ。

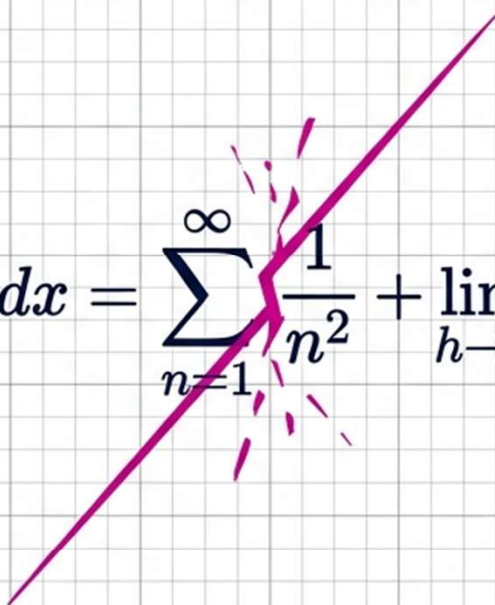
- 1 個少なくない？

- 以下、 NotebookLM に、
上のスライドを読ませて
生成させたスライド
です。
- 勉強になります

(ーメ)

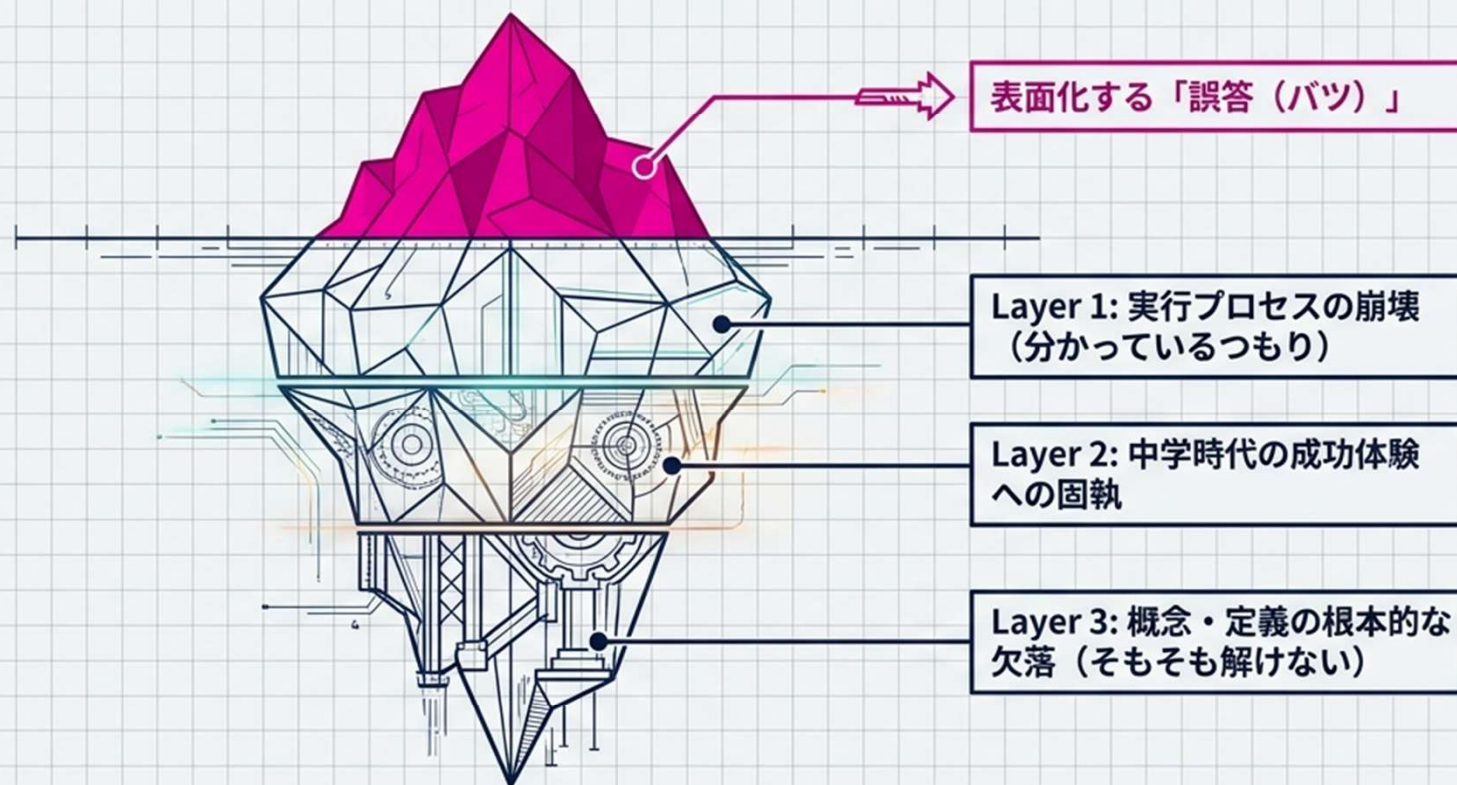
彼らですらやってしまう「こんな誤り」

優秀な生徒が陥る数学的認知の罟と診断カルテ


$$\left[\int_a^b \frac{x^3 + \sin(\pi x)}{e^x + 1} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \right]$$

北海道札幌西高等学校 福島 洋一

「ケアレスミス」という病名はない

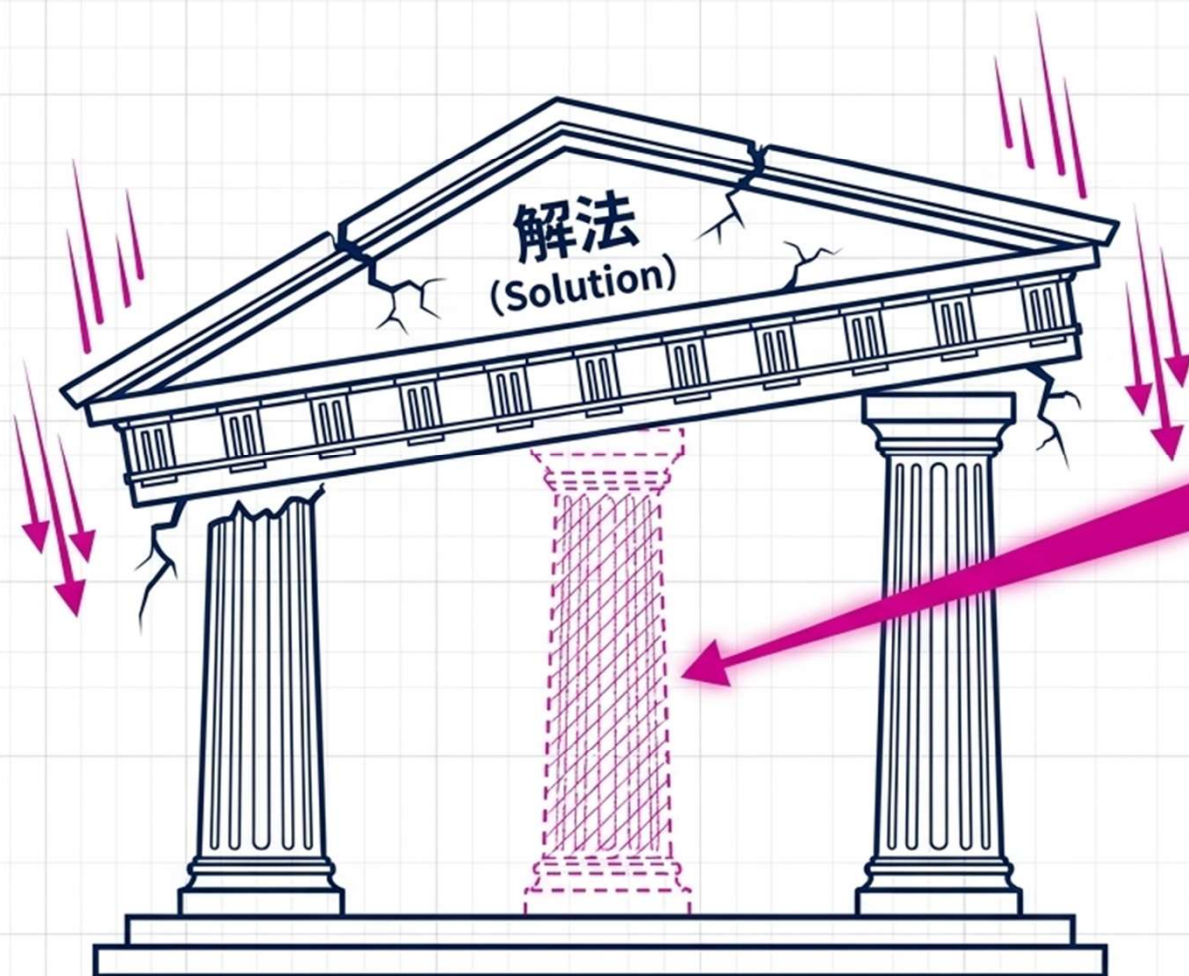


優秀な頭脳が引き起こすエラーには、必ず「構造的な理由」が存在する。
誤答の表面ではなく、思考のプロセスを解剖する。

思考のエラー・マトリクス (診断の2大カテゴリ)

	 そもそも解けない編 (Foundation Gaps)	 分かっているつもり編 (Illusion of Competence)
生徒の自信度	[低] 早期に思考が停止する 	[高～中] 実行フェーズで崩壊する 
エラーの発生源	定義の不在、パターン認識の限界	過去の成功体験、概念の錯覚
主な症状	「方針がはっきりせず迷走」 「答えの表現の仕方が分からず迷走する」 	「計算ごり押し至上主義」 「判別式は分かるけど、なぜか＝が入る」  $f=(x)^2=\frac{-\pi^2}{4x}$

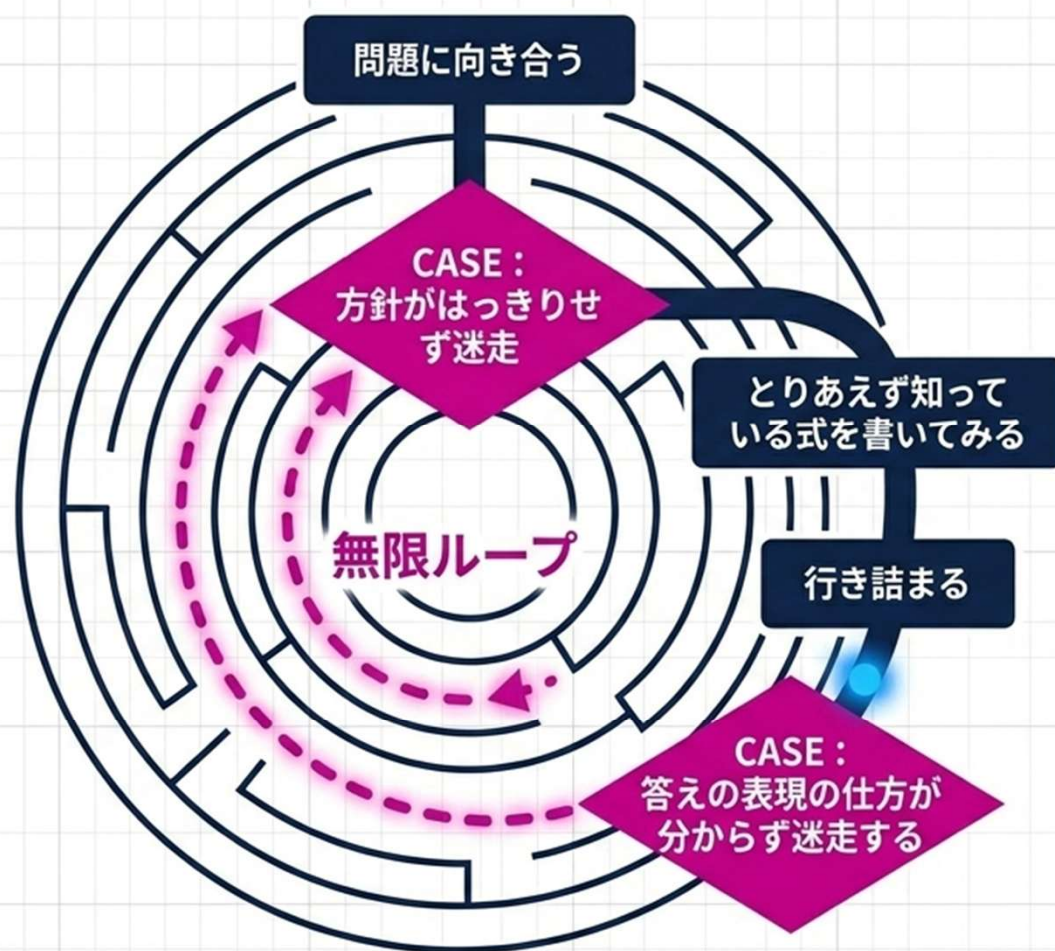
【そもそも解けない編】 土台なき建築は必ず崩壊する



CASE :
定義はまったく
分かっていない

どんなに高度な計算テクニック（屋根）を知っていても、その根底にある「数学的定義（柱）」が欠落していれば、問題と対峙した瞬間に思考は自重で崩壊する。
テクニック以前の、絶対的な基盤の不在。

【そもそも解けない編】 思考の迷宮と出口の喪失

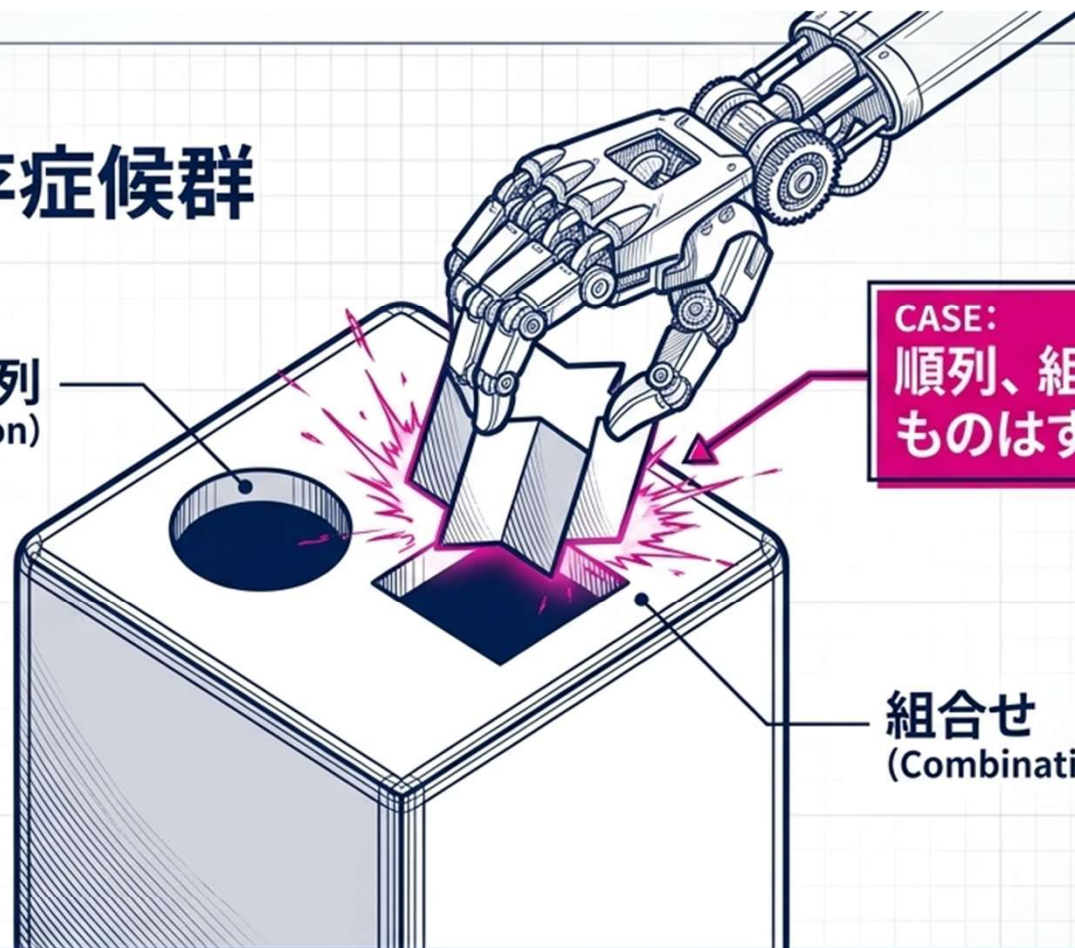


方針（ゴールへの地図）を持たずに歩き出すため、最終的に「自分が何を求めているのか」を見失い、数式の海で遭難する。

[そもそも解けない編]

テンプレート依存症候群

順列
(Permutation)



CASE:
順列、組合せでない
ものはすべて難問?

組合せ
(Combination)

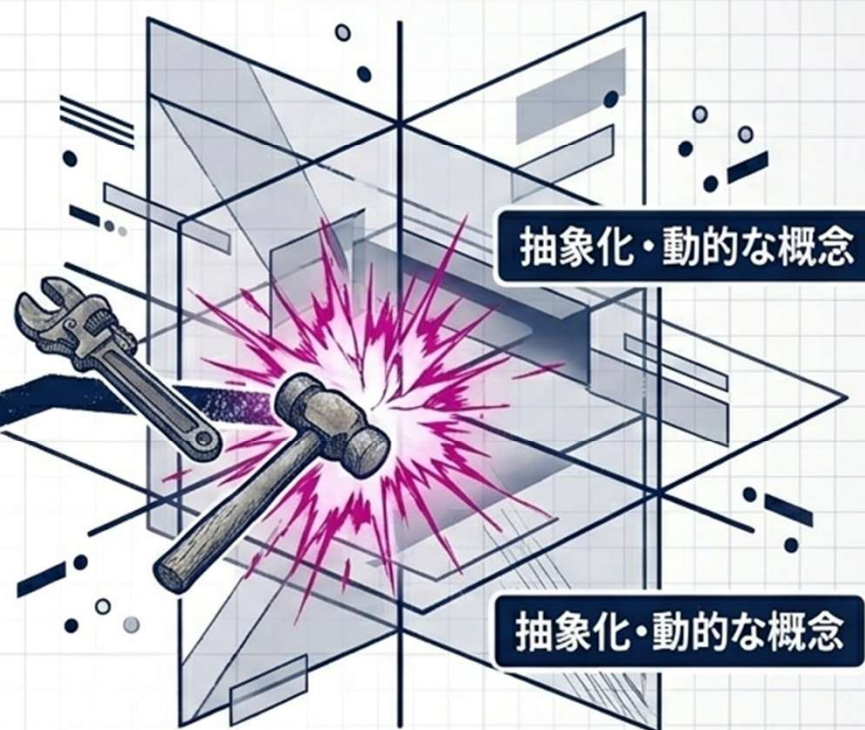
思考の引き出しが限定されている状態。自分の知っている特定の「型」に無理やり当てはめようとし、それに該当しない問題はすべて「規格外の難問」として処理を放棄してしまう。パターン認識の限界。

[分かっているつもり編]
過去の成功体験という足かせ

中学の領域



高校の現実



中学時代に通用した「直線的なアプローチ」や「力技」という古い武器で、高校数学の「抽象的なモンスター」に立ち向かおうとする。過去の成功体験が、新たな概念の獲得を阻害する。

[分かっているつもり編]

記号操作と意味の乖離(概念の盲点)



CASE:

どこで、なぜ大小関係が
変わるか分かっていない



CASE:

判別式は分かるけど、
なぜか=が入る

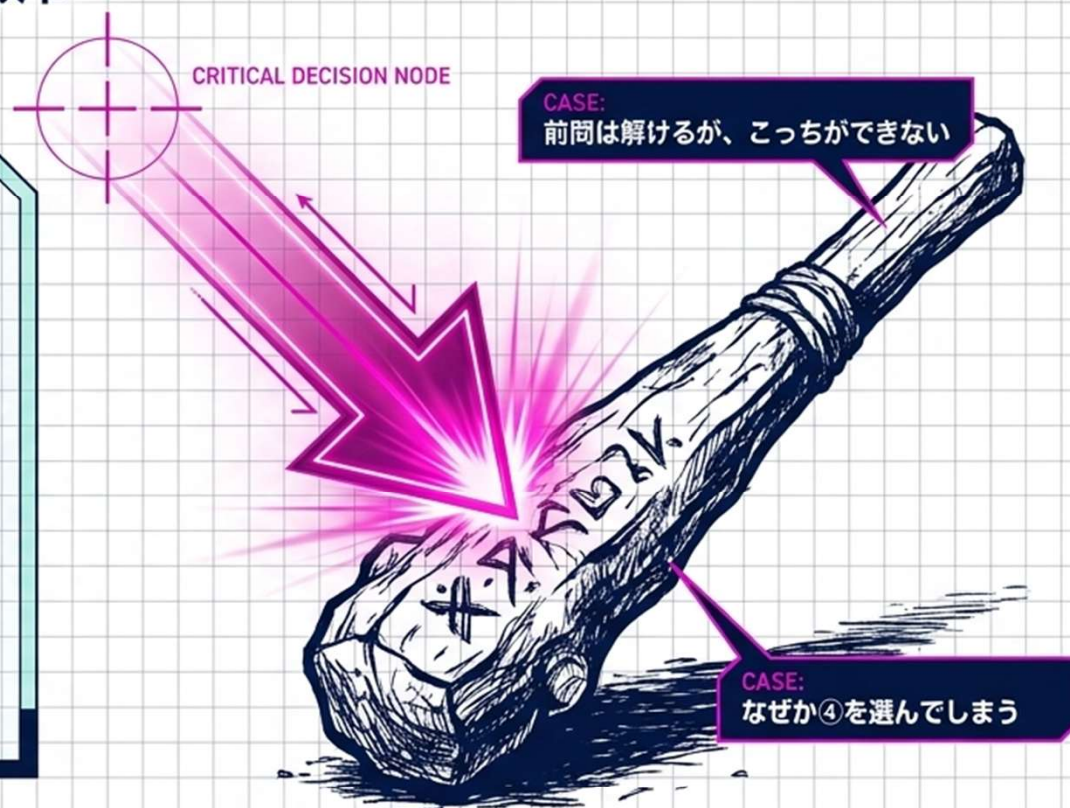
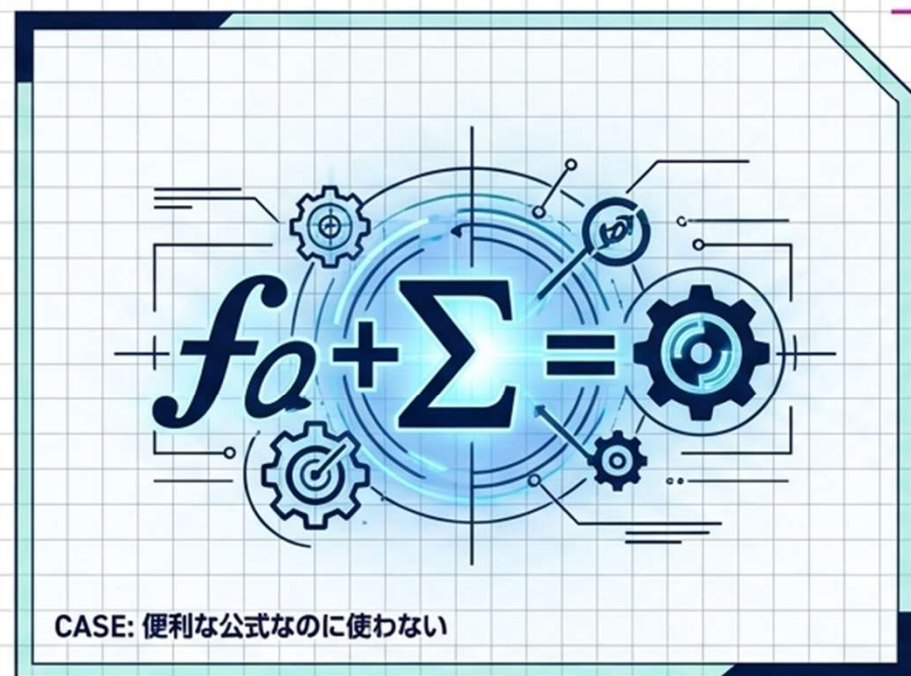


CASE:

2乗して-1なので*i*

形骸化したルール適用。記号の操作手順は暗記しているが、その背後にある「数学的意味」を理解していないため、クリティカルな分岐点で論理が破綻する。

【分かっているつもり編】 道具の選択ミスと視野狭窄



全体像（メタ認知）の欠落。目の前の作業に没入するあまり、文脈を読み取ることができず、最適な道具や選択肢を意図せずスルーしてしまう。

[分かっているつもり編]

ドミノ倒しの起点(初歩的ミスの破壊力)

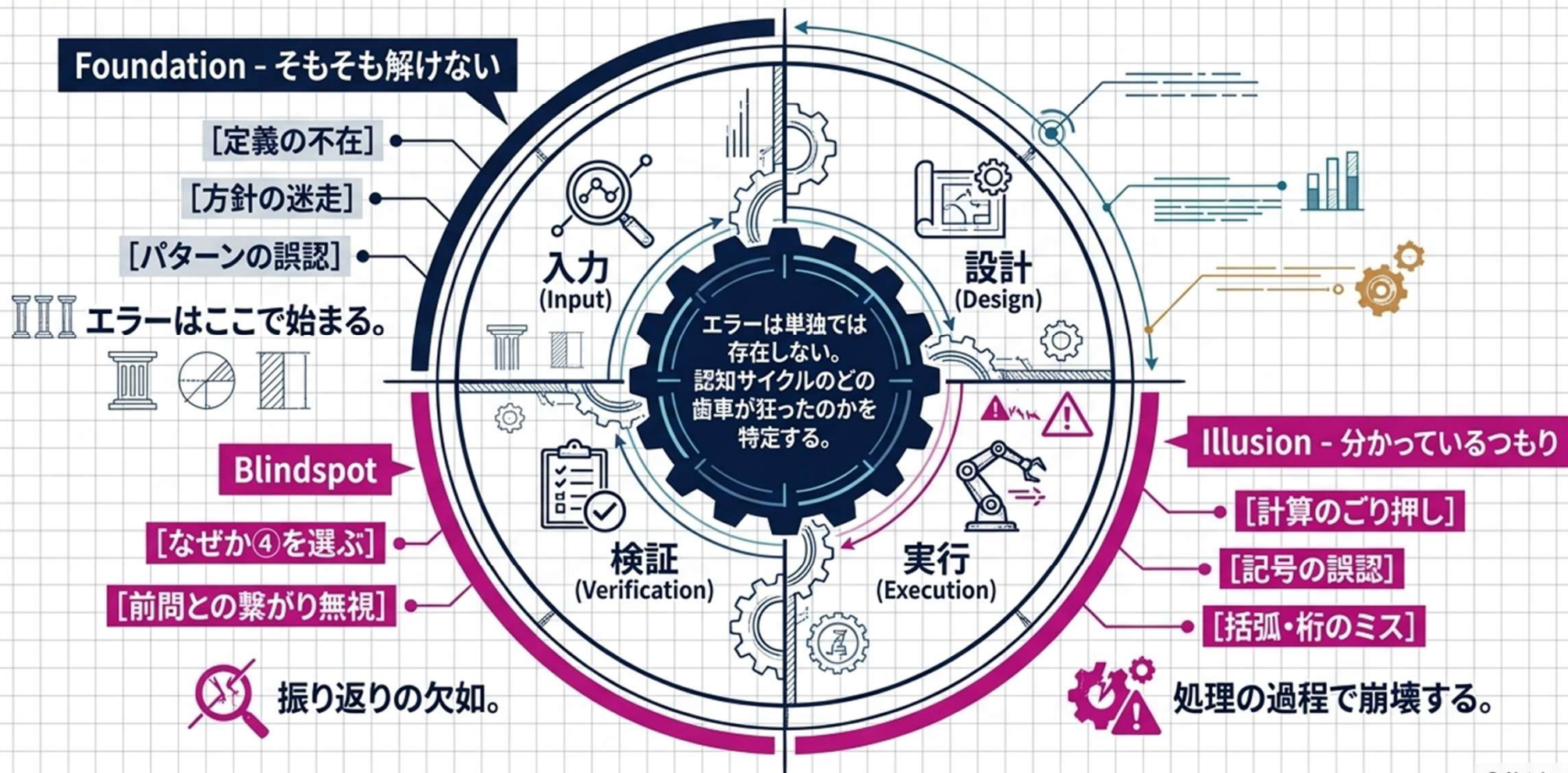
CASE: 計算順番、括弧をつけることができない初歩的ミス

CASE: 桁をひとつ間違える

CASE: 1個少ない?

どんなに高度な方針設計(大きなドミノ)も、
たった一つの括弧の欠落や桁のミス(小さなドミノ)に
よって一瞬で無に帰す。「単なる不注意」ではなく、
精密な実行力の欠如という重大なエラー。

思考のエラー・サイクル(全体統合)

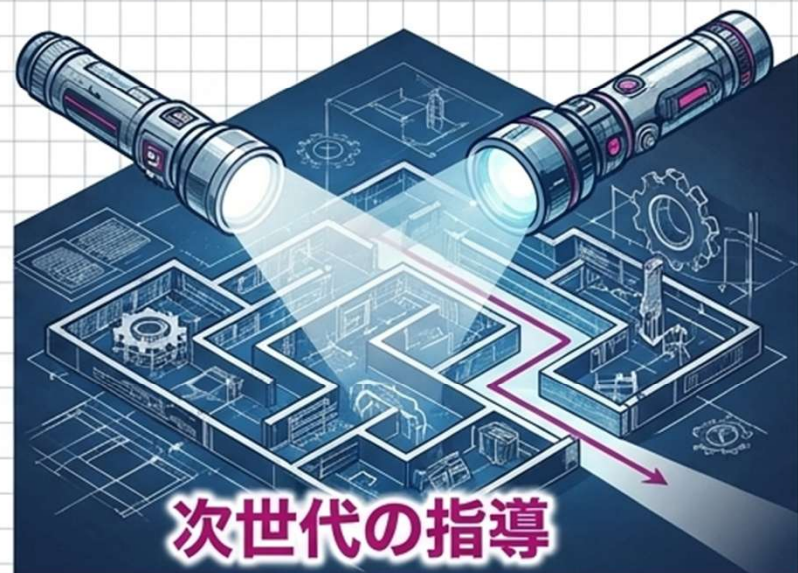


「×をつける」から「経路を照らす」へ



過去のアプローチ

旧来の視点: 結果だけを見て「不注意」「演習不足」
として処理する。



次世代の指導

新たな視点: エラーを「診断カルテ」として読み解き、
彼らがどの分岐点で、どんな認知の歪みによって
間違えたのかをトレースする。

優秀な生徒が陥る罠を解像度高く理解すること。
それこそが、彼らのポテンシャルを真に解放するための第一歩となる。