

問題 1

あるゲームにおいていくつかのチームでリーグ戦(総当たり戦)を行う。

このゲームでは、すべての対戦において勝敗が決まり、引き分けはない。また、各チームの得点は、その勝ち数とする(いわゆる「勝ち点」のこと)。

いま、AとBの2チームが対戦したところ、Aが勝ち、Bが負けた。この結果を対戦表として右のように表す。

	A	B	得点
A	/	O	1
B	x	/	0

(1) A, B, C の 3 チームでリーグ戦を行った。

下の表 (i), (ii) は対戦表の一部である。それぞれについて解答用紙の対戦表を完成しなさい。

(i)

	A	B	C	得点
A	/	O	x	1
B	x	/		
C		O	/	

(ii)

	A	B	C	得点
A	/	O		1
B		/		
C			/	1

(2) A, B, C, D, E の 5 チームでリーグ戦を行った。

(i) 対戦の総数を求めなさい。

(ii) 対戦結果について次のことがわかっている。

- ① A の得点は E の得点以上である。
- ② B は A に勝ち、5 チームの中で最高得点である。
- ③ C は A に負け、得点は 2 点であった。
- ④ D は A にのみ勝った。
- ⑤ 得点が 2 点であるチームが 2 チームあった。

このような結果になるように解答用紙の対戦表を完成しなさい。

(3) $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ の n チーム ($n \geq 4$) でリーグ戦を行った。

対戦結果について次のことがわかっている。

- ① $(A_1 \text{ の得点}) \leq (A_2 \text{ の得点}) \leq (A_3 \text{ の得点}) \leq \dots \leq (A_n \text{ の得点})$
- ② $(A_1 \text{ の得点}) = (A_1 \text{ 対 } A_2, A_3 \text{ における } A_1 \text{ の勝ち数}) \times 2$
- ③ $(A_2 \text{ の得点}) = (A_2 \text{ 対 } A_1, A_3 \text{ における } A_2 \text{ の勝ち数}) \times 2$
- ④ $(A_3 \text{ の得点}) = (A_3 \text{ 対 } A_1, A_2 \text{ における } A_3 \text{ の勝ち数}) \times 2$
- ⑤ $(A_k \text{ の得点}) = (A_k \text{ 対 } A_1, A_2, A_3 \text{ における } A_k \text{ の勝ち数}) \times 2 \quad (4 \leq k \leq n)$

(i) $n=9$ のとき、このような結果になるように解答用紙の対戦表を完成しなさい。

(ii) 条件①～⑤を満たすものは、 $n=9$ のときのみであることを証明しなさい。