

## 問題 5

鋭角三角形  $ABC$  の外側に、辺  $BC$  を 1 辺とする正三角形  $A'CB$  を、辺  $CA$  を 1 辺とする正三角形  $B'AC$  を、辺  $AB$  を 1 辺とする正三角形  $C'BA$  を、三角形  $ABC$  と同一の平面上に描く。

- (1) 解答用紙の三角形  $ABC$  に、定規とコンパスを用いて、題意に合う図形を作図しなさい。  
(free-hand でもよい)

解答用紙に図があるので、問に応じてそれぞれの原図を利用してもかまいません。

正三角形  $A'CB$ 、正三角形  $B'AC$ 、正三角形  $C'BA$  の外接円をそれぞれ円  $P$ 、円  $Q$ 、円  $R$  とし、円  $P$  と円  $Q$  の交点で  $C$  以外の交点を  $F$  とする。

- (2)  $\angle BFC = \angle AFC = 120^\circ$  を示しなさい。  
(3) 3 円  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  は  $F$  で交わることを示しなさい。  
(4) 線分  $AA'$ 、 $BB'$ 、 $CC'$  は  $F$  を通ることを示し、線分の長さについて、 $AA' = BB' = CC'$  を示しなさい。

三角形  $ABC$  の内部に  $F$  と異なる点  $S$  をとり、線分の長さの和  $AS + BS + CS$  を考える。

- (5)  $AS + BS + CS > AF + BF + CF$  であることを示しなさい。