

配点

(1) 4点 (2) 4点 (3) 4点 (4) 8点 (5) 10点 (6) 10点

講評

今回は $f(x)=x-1$ として作問しました。この関数に気が付いた受験生は多いと思いますが、この関数で問題を解くことはダメです。必ず与えられた条件と、解答から求めた値等や発見した関係式などから解答しなければなりません。

まず、受験生の答案について、(1)~(3)は、正解となった受験生の多く解答は別解1のような考え方をしていました。おそらく、 $a=-1, 0, 1$ は $a^3=a$ を満たすことに気が付きやすいのでしょう。もう少しで正解となる答案として、 $f(0)=-1, 0, -2$ と答えた受験生がいましたが、 $f(x)$ は関数なので $f(0)$ の値が1であることに気が付いていないのが残念でした。

(4)~(6)について、解答は2通りになりました。1つ目は、解答例と同じように $f(x)$ の2次関数あるいは1次関数という見方をして式変形する。2つ目は別解のように条件(II)より $f(x)$ は増加関数であること、 x の値の範囲の両端の値に着目した解答です。条件や式の意味を十分に考えた解答であり感心しました。

次に、答案の書き方について、答えだけでは点数を与えていません。説明や途中の計算を必ず書いてください。簡単で良いです。また、メモ書きのような解答ではなく、採点者に読んでもらう答案を書いてください。答案が読めないため点数にならないこともあります。最後に、関数方程式の勉強について、数学コンテストでは関数方程式の問題をよく出しています。今回の問題で0点となった受験生は、おそらく関数方程式を勉強したことがない生徒だと思います。そこで、関数方程式の解法のコツを次のようにまとめてみました。

① $f(x+y)=f(x)+f(y)$, $f(x+y)=f(x)f(y)$ 等の代表的な問題を解いてください。

② x にどのような値を代入すれば良いのか判断してください。

③ $f(x)$ がどのような関数なのか予想してください。

④ $f(x)$ の条件や値から他の関係式や性質を発見することを心掛けてください。

等でしょうか。

関数方程式は大学入試問題でも時々、数学オリンピックではよく出題されます。北海道高等学校数学コンテストにおいて、今後も出題されることは考えられます。今回受験した生徒には得意分野の一つになることを心から願っています。

(立命館慶祥高等学校 大和 達也)