

問題 3

実数 x を変数とする実数値関数 $f(x)$ は、次の条件(I), (II)を満たしている。

条件(I) すべての実数 x, y, z に対して、

$$f(xyz) = f(x)f(y)f(z) + f(x)f(y) + f(y)f(z) + f(z)f(x) + f(x) + f(y) + f(z)$$

条件(II) $x < y$ ならば $f(x) < f(y)$

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $f(0)$ の値を求めなさい。
- (2) $f(1)$ の値を求めなさい。
- (3) $f(-1)$ の値を求めなさい。
- (4) $F(x) = f(x^2) - 4f(x)$ とするとき、 $-1 \leq x \leq 1$ のときの $F(x)$ の最大値及び最小値を求めなさい。
- (5) $G(x, y) = f(xy) - 4f(x)$ とするとき、 $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ のときの $G(x, y)$ の最大値及び最小値を求めなさい。
- (6) $H(x, y) = f(x^2y) - 4f(x)$ とするとき、 $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ のときの $H(x, y)$ の最大値及び最小値を求めなさい。