

問題 4

- (1) 次の式が成り立つように $\textcircled{1}$ に当てはまる式を n を使って, $\textcircled{2}$ に当てはまる式を k を使ってそれぞれ表せ。

$$k_n C_k = n_{\textcircled{1}} C_{\textcircled{2}}$$

- (2) 赤玉 x 個, 白玉 1 個の入った袋から玉を 1 個取り出し, 色を見てからもとに戻す。
この試行を n 回行う。

(a) 赤玉が r 回出る確率を求めよ。

(b) 等式 $(1+x)^n = {}_n C_0 + {}_n C_1 x + {}_n C_2 x^2 + \cdots + {}_n C_n x^n$ を証明せよ。

- (3) n を 2 以上の自然数とする。

n 人でじゃんけんを 1 回行い, k 人が勝つ確率を p_k とし, あいこになる確率を p_n とするとき, $E_n = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + \cdots + np_n$ と定義する。

先生 1 人と生徒 n 人で 1 回じゃんけんを行う。先生の出した手に負けない手を出した生徒が k 人である確率を q_k とし, 全員が負けない手を出した場合, または, 負けない手を出した生徒が 1 人もいなかった場合の確率を q_n とするとき,

$F_n = q_1 + 2q_2 + 3q_3 + \cdots + nq_n$ と定義する。

(a) E_2, F_2 をそれぞれ求めよ。

(b) E_3, F_3 をそれぞれ求めよ。

(c) E_4, F_4 をそれぞれ求めよ。

(d) $E_n > F_n$ であるための n の条件を求めよ。