

### 問題 5

$xy$  平面上において、 $x$  座標、 $y$  座標ともに整数である点を格子点といい、すべての頂点が格子点である多角形を格子多角形と呼ぶ。また、格子多角形  $P$  において、内部にある格子点の個数を  $I(P)$ 、頂点を含む辺上にある格子点すべての個数を  $B(P)$ 、格子多角形  $P$  の面積を  $S(P)$  と表す。

- (1)  $a$ 、 $b$  を正の整数とし、4 点  $O(0, 0)$ 、 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ 、 $C(a, b)$  を頂点とする長方形  $OACB$  を  $R$  とする。このとき、 $I(R)$ 、 $B(R)$  を  $a$ 、 $b$  を用いて表せ。また、 $S(R)$  を  $I(R)$ 、 $B(R)$  を用いて表せ。（この関係を性質  $P$  と呼ぶことにする。）
- (2) (1)において、直角三角形  $OAB$  は性質  $P$  を満たすことを、長方形を二等分することで示せ。
- (3) すべての格子直角三角形が性質  $P$  を満たすことを説明せよ。
- (4) 3 以上のすべての整数  $n$  において、 $B(T)=n$ 、 $I(T)=0$  となる格子直角三角形  $T$  が存在することを示せ。
- (5) 3 以上 9 以下の整数  $n$  において、 $B(T)=n$ 、 $I(T)=1$  となる格子直角三角形  $T$  が存在するための  $n$  の条件を答えよ。