



北数教高校部会だより

今回は11月に札幌光星高校で行われた「数学教育実践研究会の活動についてお知らせします。

■ 「第135回数学教育実践研究会」

日 時 令和7年11月29日（土）
会 場 札幌光星高等学校

【講演】「ピタゴラス数と素数の関係を題材とした整数論への入門」

講師：創価大学理工学部情報システム工学科
教授 山上 敦士 様



三平方の定理を満たす自然数の組をピタゴラス数という。山上先生はホワイトボードを使って、直角三角形をたくさん書きながら、ピタゴラス数について説明し、ピタゴラス数の作り方を3段階に分けて説明しながらその仕組みを解説し、ときには証明しながらわかりやすく丁寧に講義してくださいました。最後に斜辺が素数となるような直角三角形の話が出たときに、研究会当日の日付である2025年11月29日を用いて20251129が素数であり、その数を斜辺とする直角三角形が作れることに触れたときに、数学のすばらしさを参加者は体験できたのではないでしょうか。

§1 ピタゴラス数の作り方1

底辺が最小の長さである直角三角形を考え、2乗して1を引き2で割った長さを高さにとる。そのとき、斜辺の長さは底辺を2乗して1を加え2で割った長さとなる。

$$\text{底辺: } e, \text{ 高さ: } \frac{e^2 - 1}{2}, \text{ 斜辺: } \frac{e^2 + 1}{2}$$

$$e^2 + \left(\frac{e^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{e^2 + 1}{2}\right)^2$$

§2 ピタゴラス数の作り方2

底辺を連続する2つの整数の和に分解し、それらをかけて2倍すると高さが出る。さらにそれらに1を加えると斜辺が出る。

これらは、底辺をeと置いたとき上の1と同じと考えることができる。

$$\begin{aligned} \text{底辺} &: d + (d+1) \\ \text{高さ} &: 2d(d+1) \\ \text{斜辺} &: 2d(d+1) + 1 \end{aligned}$$

$$2d+1=e \text{ とおくと } d=\frac{e-1}{2} \text{ となり、}$$

$$\text{高さ } 2 \cdot \frac{e-1}{2} \cdot \frac{e+1}{2} = \frac{e^2-1}{2}$$

$$\text{斜辺 } 2 \cdot \frac{e-1}{2} \cdot \frac{e+1}{2} + 1 = \frac{e^2+1}{2}$$

§3 ピタゴラス数の作り方3

$$c^2=a^2+b^2 \text{ とするとき, } \frac{gcd(a,b,c)}{a \text{ と } b \text{ は偶奇が異なる}}=1$$

ここで、

$$a=m^2-n^2, b=2mn, c=m^2+n^2 \text{ とするとき、}$$

$$\begin{aligned} m, n \text{ は偶奇が異なり} \\ m > n, \quad gcd(m,n)=1 \end{aligned}$$

とくに、 $m=d+1, n=d$ とするとき、作り方2と同様となる。

また、 $m=\frac{e+1}{2}, n=\frac{e-1}{2}$ とするとき、作り方1

と同様となる。

§4 ピタゴラス素数について

斜辺が素数となるときをピタゴラス素数といいますが、 $4n+1$ 型の素数に限られます。

5, 13, 41, 61, 113, ……などは、連続する2つの平方数の和で表される。すなわち、

$$\begin{aligned} 5 &= 2^2 + 1^2 \\ 13 &= 3^2 + 2^2 \\ 41 &= 5^2 + 4^2 \\ 61 &= 6^2 + 5^2 \\ 113 &= 7^2 + 6^2 \end{aligned}$$

しかし、17, 29, 37などは、2つの連続する平方数の和で表すことはできない。連続しない平方数の和で表すと

$$\begin{aligned} 17 &= 4^2 + 1^2 \\ 29 &= 5^2 + 2^2 \text{ となる。} \\ 37 &= 6^2 + 1^2 \end{aligned}$$

ところで、研究会当日（11月29日）にちなむ1129は、ピタゴラス素数である。 $1129 = 27^2 + 20^2$ であり、 $27^2 - 20^2 = 329$, $2 \cdot 27 \cdot 20 = 1080$ となり、(329, 1080, 1129)は、ピタゴラス数となる。ちなみに令和7年であるので71129、2025年であるので20251129もピタゴラス素数であり、これらを斜辺とするピタゴラス数は宿題とされました。

以下、事後アンケートから抜粋した参加者の感想を載せます。

大変興味深い内容でした。生徒にもすぐに還元できそうな内容で早速授業等でも扱いたいと思います。

恥ずかしながら三平方の定理をそこまで掘り下げたことはありませんでしたし、フェルマーの考えにも触れることができて、とても勉強になりました。

ピタゴラス数が建築をする上で非常に大切なことや現在では暗号論、コンピューターの保存時に必要な知識であることが分かり大変勉強になりました。ありがとうございます。

ピタゴラス素数、はじめて聞いた言葉です。11月29日に因んだ、直角三角形の斜辺の長さCが、 $1129, 71129, 20251129$ のとき、すべて素数になるということの気づきを聞いて、山上先生の強い素数愛を感じました。

大変興味深い講演でした。易しい良く知った内容から始まり気がつくと、ついつい考えて取り憑かれたように考えたくなる「何故」を投げかけられていました。是非とも自分なりに咀嚼して生徒に還元したくなる授業、アイデアでした。本当に面白かったです。あつという間の時間でした。ありがとうございます。

ピタゴラス数については「数学ガール」で仕組みを知り生徒にも教えたいと思いましたが、アプローチの方法が思いつかず、実現には至りませんでした。今回講演を聞き、公式導出までの考え方を2通り教えていただき、さらに素数の奥深いお話を聞けたので再挑戦してみよう思います。「私が素数なら、ピタゴラス素数になりたい」というお言葉に、先生の素数愛を感じました。またぜひお話を聞かせてください。ありがとうございました。

今回のレポート発表は16人で、25本という記録的な多さでした。時間の関係上、質疑応答はできませんでしたが参加者の感想は事後アンケートで書いて発表者に送るという形をとることで、十分届いていたと思います。

【レポート発表】

「数学のいざみ HP」で公開しております。

■レポート発表一覧

- (1) 高校生が闇バイトに巻き込まれないための授業を提案する
明後日の授業どうする?この後の懇親会でつまみになる話
旭川東高等学校 小川尚也
- (2) 章の扉のページで探究活動その後
有朋高等学校 前川太郎
- (3) 対数の導入、常用対数の導入
母集団と標本
札幌月寒高等学校 正田隆之
- (4) おまけプリントが“おまけ”じゃなくなった件
俱知安高等学校 井上裕稀
- (5) 授業における ITC 機器の活用実践報告(2年目)
紋別高等学校 谷口健二
- (6) 生徒の声から生まれた体験型授業～数学×脱出ゲーム～
万物は数である～数学×趣味嗜好探究レポート～
白老東高等学校 道下貴弥
- (7) べき乗和の時短解法～少しだけサステナブル「べき乗和」の求め方
剩余の定理の小手技(令和 Ver)
数実研会員 中村文則
- (8) 教材研究から研究へ、研究から教材研究へ
美唄尚栄高等学校 山本元太
- (9) ケーキのn等分と複素数平面と単位円
留萌高等学校 加藤 真
- (10) 2次曲線上に頂点を持つ正三角形の1辺について
一般項が単項式×2の累乗である数列の和
四分円内の4円の半径について
四分円内の円と正三角形および円と正方形について
数実研会員 時岡郁夫
- (11) ベクトルの外積について
相関係数について
場合の数(グループ分け)について
札幌東高等学校 前田勝利
- (12) 知識技能を定着させる「楽しい」授業
札幌英藍高等学校 有涼綾悠
- (13) 「思考力」豊かな生徒たち～記述式答案に見る様々な発想～
札幌啓成高等学校 若林理一郎
- (14) 最近の教材事情 Ver.7
札幌南高等学校 吉田奏介
- (15) フィットカットカーブとベルヌーイカーブ
旭川北高等学校 岡崎知之
- (16) 図形分野で One more thing 2
室蘭栄高等学校 長尾良平
- 以下紹介のみ
- (17) 速さ単元の導入について
新篠津高等養護学校 坂井健太朗
- (18) 私の数学散歩道(53)三角関数あれこれ
数実研会員 村田洋一

次回 第136回数実研予告 (オンラインでの実施です!)

日時 令和8年1月31日(土)

講師 東京家政大学児童学部初等教育学科

教授 佐々木 隆宏 様